

L’ARITMETICA AIUTA L’ALGEBRA (“Pensa un numero”)

Prerequisiti:

Saper eseguire istruzioni, avere padronanza delle proprietà commutativa dell’addizione e distributiva della moltiplicazione rispetto all’addizione, nell’insieme dei numeri naturali; saper utilizzare le parentesi per produrre ed eseguire espressioni numeriche; saper utilizzare le lettere come variabili per generalizzare.

Saperi da costruire:

Dare significato all’uso delle lettere nel calcolo algebrico e nella risoluzione di problemi.

Contenuti matematici

- Proprietà delle operazioni (in particolare la distributiva).
- Terminologia specifica che potrebbe già essere stata introdotta (variabile, costante, monomio, monomi simili, parte letterale, coefficiente, binomio), oppure da introdurre, in una fase di sistemazione alla fine di questa attività.
- Operazioni con i monomi e i binomi.

Articolazione dell’attività

Fase 1: Attività individuale [Tempo: 10 min]

Si consegna la scheda 1Aar: Pensa un numero (si veda allegato)

Il docente si assicura della comprensione del testo e della conoscenza della terminologia specifica ma non interagisce con i ragazzi in quanto, nella fase successiva sulla base del risultato proposto da alcuni, dovrà “indovinare” il numero pensato da ciascuno.

Fase 2: Socializzazione dei risultati [Tempo: 5 min]

L’insegnante chiede ad alcuni studenti il risultato finale e “indovina” il numero pensato ¹.

Quindi, propone di cercare di capire come abbia fatto a indovinare sempre².

Il docente, come osservatore e coordinatore, accoglie le soluzioni e le motivazioni che scaturiscono ma non dà alcuna spiegazione invitando gli allievi a continuare la discussione nell’attività di **gruppo** della fase successiva.

Fase 3: Lavoro collettivo [Tempo: 15 min]

L’insegnante distribuisce a ciascun alunno la scheda **2Aar**, da completare nella prima riga; poi invita, a turno, quattro o più studenti a scrivere alla lavagna la propria proposta fino a riempire le colonne della tabella. Ribadisce di eseguire le istruzioni annotando, oltre al risultato finale, anche tutti i calcoli necessari per ottenerlo.

¹ Sottraendo 100 dal risultato, indovina il numero pensato.

² Anche nel caso in cui nessun alunno abbia dato la motivazione (-100 dal risultato) l’insegnante non dà la risposta. Se invece qualche alunno dà la risposta togliendo cento si rilancia la domanda chiedendo se funziona sempre, qualsiasi sia il numero pensato e propone di rimandare la spiegazione nell’attività successiva lavorando in gruppo.

In questa fase il docente guida la compilazione della tabella correggendo gli errori di calcolo eventualmente commessi da chi è alla lavagna e controllerà che ciascun stia compilando la propria tabella in modo corretto, seguendo quanto si sta facendo alla lavagna.

Fase 4: Attività di gruppo [Tempo:20 min]

L’insegnante consegna a ciascun gruppo la **Scheda 3Aar** e invita gli studenti a rispondere alle domande riportate nella scheda tenendo conto anche della scheda **2Aar** appena compilata.

Il docente, in questa fase, ascolta le discussioni che avvengono nei vari gruppi senza intervenire e nel caso lo ritenga necessario, può fare domande stimolo come

“*Che relazione c’è fra il numero che avete pensato e il risultato dell’espressione?*”

Si potrebbero avere risposte del tipo: In tutti i casi analizzati “*il numero ottenuto è uguale al numero pensato più 100*” oppure “*il numero **pensato** è uguale al numero ottenuto meno 100*”.

Si chiede, a questo punto, se *questa relazione valga per qualsiasi numero naturale*.

Fase 5: Discussione di classe [Tempo: 20 min] *Messa in comune delle soluzioni dei vari gruppi*

Si invitano i gruppi a condividere la risposta al quesito a) della scheda **3Aar**

Si prevede che tutti i gruppi siano d’accordo nell’affermare che: *eseguite tutte le operazioni richieste, si deduce che per ottenere il numero pensato basta togliere 100 (ottenuto da $12 \cdot 5 + 40$) al risultato ottenuto*.

Per quanto riguarda la risposta al punto b), l’insegnante gestirà la **discussione** collettiva, indirizzando l’attenzione degli alunni al numero pensato da ciascuno, inducendoli a trovare un’espressione algebrica sempre valida e indipendente dal numero particolare pensato.

Dal confronto dei risultati dell’ultima colonna della tabella compilata della **2Aar**, osservando *cosa cambia (numero pensato) e cosa non cambia ($12 \cdot 5$ e 40)* si dovrebbe arrivare facilmente a concordare l’espressione con tutta la classe nella forma: $[(a+12) \cdot 5 - 4 \cdot a] + 40$.

In questo momento si puntualizzerà che ciò che cambia si chiama **variabile** e ciò che non cambia si chiama **costante**.

Fase 6: Conclusione e Istituzionalizzazione

- **il numero pensato si ottiene sottraendo 100 dal risultato,**
- **per la generalizzazione, nell’espressione algebrica ottenuta, basta sostituire al numero pensato (che varia di volta in volta) una lettera, ottenendo come risultato $a+100$**
- **La lettera a prende il nome di *variabile* (perché può cambiare)**

Riprendendo l’espressione letterale iniziale $[(a+12) \cdot 5 - 4a] + 40$ e le operazioni eseguite si consoliderà (o introdurrà a seconda del momento in cui il laboratorio è proposto) la terminologia **-monomio**, parte letterale, coefficiente, **monomi simili**, **binomio**...- e le operazioni fra monomi e binomi. L’insegnante mette in evidenza il fatto che le operazioni eseguite con i monomi e i binomi non son altro che l’applicazione delle regole dell’aritmetica; in particolare evidenzia il ruolo della proprietà distributiva che permette di distribuire un prodotto su un somma $[9 \cdot 5 + 12 \cdot 5 - 4 \cdot 9] + 40$ (*applicazione della proprietà distributiva*), ma anche di “raccolgere” un fattore comune $9 \cdot (5 - 4) + 60 + 40$ *raccoglimento di un fattore (numero pensato) comune*- e quindi di sommare due monomi simili.

Possibili approfondimenti ed estensione dell’attività

Obiettivi:

- comprendere che si possono creare altre istruzioni che permettano di “indovinare” il numero pensato facendo delle modifiche;
- imparare a rielaborare il testo eseguendo delle modifiche (si vedano esempi riportati di seguito);

Esempi di attività di approfondimento (vedi schede in calce)

- a) Se decidiamo che la differenza fra il numero pensato e il numero ottenuto, seguendo le istruzioni, sia 80 anziché 100 quali modifiche dobbiamo apportare all’espressione mantenendo sempre “addiziona 12 e moltiplica per 5”?
- b) Se sostituiamo 5 con 8, e 12 con 10, quali altre modifiche dobbiamo apportare all’espressione se vogliamo mantenere 100?
- c) Inventare altri possibili percorsi mantenendo la stessa struttura.

Classe..... ScuolaData.....

Alunni.....

Scheda 1Aar

Attività individuale

Il gioco

Esegui le seguenti istruzioni annotando tutti i calcoli.

- pensa un numero intero;
- addiziona ad esso 12;
- moltiplica il risultato per 5;
- sottrai al risultato il quadruplo del numero pensato
- addiziona 40 al risultato;
- scrivi li risultato finale

Classe..... ScuolaData.....

Aluni.....

Scheda 3Aar

Lavoro di gruppo

Osservate la tabella compilata alla lavagna in vostro possesso e rispondete alle domande:

a) Perché ho indovinato il numero pensato da ciascuno di voi? Scrivete le vostre conclusioni

b) È possibile scrivere un’espressione che descriva il calcolo per qualsiasi numero? Scrivetela se pensate che sia possibile, altrimenti spiegate perché non lo è.

